

MPLS Networks // Telecommunications Network Design and Management. – Kluwer Akad. Publ. (2002). – S. 125-141. **7.** Поповський В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю. Динамическое управление ресурсами ТКС: математические модели в пространстве состояний // Наукові записки УНДІЗ. – 2009. – № 1 (9). – С. 3-26. **8.** Ложковский А.Г., Ганифаев Р.А. Оценка параметров качества обслуживания самоподобного трафика энтропийным методом // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2008. – № 1. – С. 57-62. **9.** D. Awduche, A. Chiu, A. Elwalid, I. Widjaja, X. Xiao, Overview and Principles of Internet Traffic Engineering // Internet informational RFC 3272. – May 2002. **10.** Олифер В.Г., Олифер Н.А. Искусство оптимизации трафика // Журнал сетевых решений LAN. – № 12. – 2001. **11.** Бакланов И.Г. NGN: Принципы построения и реализации. – М: Эко-Трендз, 2008. **12.** Семенов Ю.А. Телекоммуникационные технологии // Интернет-университет информационных технологий. Ресурс <http://book.itcr.ru/>. **13.** D. Awduche, J. Malcolm, J. Agogbua, M. O'Dell, J. McManus Requirements for traffic engineering over MPLS // RFC 2702, September 1999. **14.** D. Awduche, A. Chiu, A. Elwalid, I. Widjaja, X. Xiao Overview and Principles of Internet Traffic Engineering // Internet informational RFC 3272. – May 2002. **15.** Ю.П. Зайченко, Ахмед А.М. Шарадка Анализ и оптимизация характеристик сетей MPLS по заданным показателям качества УДК 681.324. **16.** Будылина Н. В., Коновалов П. А. Разработка программного обеспечения для оптимизации мультисервисных сетей. – Открытое образование, июнь 2006. **17.** Зайцев Д.А., Шинкарчук Т.Н. Моделирование телекоммуникационных сетей в системе NS УДК 621.39 004.7 // Наукові праці ОНАЗ ім. О. С. Попова. – 2006. – № 2. **18.** Дорохин І.С., Поштаренко В. М. Оптимізація транспортних мереж NGN на основі технології NGSDH // XVIII міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я». – Харків, 2010.

Надійшла до редколегії 27.10.2011

УДК 621.315

**В.М.ЗОЛОТАРЕВ**, д-р техн. наук., ген. директор, ПАО «Завод Южкабель», Харьков;

**В.П.КАРПУШЕНКО**, канд. экон. наук, советник ген. директора, ПАО «Завод Южкабель», Харьков;

**В.В.ЗОЛОТАРЕВ**, нач. отдела, ПАО «Завод Южкабель», Харьков;

**Ю.А.АНТОНЕЦ**, канд. техн. наук, техн. директор, ПАО «Завод Южкабель», Харьков

**А.А.НАУМЕНКО**, канд. техн. наук, вед. специалист, ПАО «Завод Южкабель», Харьков

## ТАНГЕНС УГЛА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ МНОГОСЛОЙНЫХ СШИТЫХ ИЗОЛЯЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

На основі математичної моделі стаціонарного електричного поля в багатошаровому неідеальному діелектрику визначений тангенс кута діелектричних втрат у багатошарових зшитих (вулканізованих) конструкціях силових кабелів і проводів.

On the basis of mathematical model of stationary electric field in multilayer non-ideal dielectric, the tangent of dielectric loss angle in multilayer crosslinked (vulcanized) structures of power cables and wires are detected.

На основе математической модели стационарного электрического поля в многослойном неидеальном диэлектрике определен тангенс угла диэлектрических потерь в многослойных сшитых (вулканизованных) конструкциях силовых кабелей и проводов.

**Анализ публикаций.** Задачи о распределении электрического поля в многослойном диэлектрике имеют важные практические приложения, прежде всего, при разработке многослойных конструкций сердечников кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена [1, 2]. В [3] решение дано для осесимметричной коаксиальной модели без учета активной проводимости в слоях. Решение нестационарной задачи для плоского конденсатора с двухслойным неидеальным диэлектриком приведено в [4]. Однако, ни одна из приведенных работ не позволяет получить решение задачи для многослойного неидеального диэлектрика, расположенного между коаксиальными проводящими цилиндрами, к которым приложено переменное напряжение низкой частоты для случая, когда электромагнитный процесс является стационарным, то есть в том случае, когда закончились все переходные процессы.

**Постановка задачи.** Воздействие переменного электрического поля на реальный диэлектрик помимо чисто реактивного тока, вызывает в нем и дополнительные токи, которые зависят от качества диэлектрика. К ним относятся:

- сквозной ток проводимости или ток утечки, обусловленный чисто активной проводимостью диэлектрика;
- ток и, соответственно, потери, обусловленные поляризацией молекул под действием переменного поля;
- адсорбционный ток, возникающий вследствие имеющихся микронеоднородностей структуры диэлектрика;
- эквивалентный ток, связанный с ионизационными потерями в газовых включениях различной формы.

Последние два тока очень слабо влияют на распределение напряженности поля в толще диэлектрика и при решении данной задачи ими можно пренебречь. Потери, обусловленные поляризацией молекул диэлектрика, теоретически учесть очень сложно; мы не будем их здесь учитывать, и ограничимся только током сквозной проводимости, вносящим основной вклад в общую картину процесса воздействия переменного электрического поля на кусочно-однородный несовершенный диэлектрик. Таким образом в такой постановке задача дает нижний предел для тангенса угла диэлектрических потерь.

Будем считать, что диэлектрик состоит из  $n$  кусочно-однородных областей  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_i, \dots, \Omega_n$  ограниченных, соответственно, коаксиальными цилиндрами, имеющими радиусы  $r_0 - r_1, r_1 - r_2, \dots, r_{i-1} - r_i, \dots, r_{n-1} - r_n$ . Пусть в каждой области  $\Omega_i$  однородный диэлектрик характеризуется относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_i$  и удельной электропроводностью  $\gamma_i$ , а идеально проводящие электроды для возбуждения поля в диэлектрике имеют радиусы  $r_0$  и  $r_n$ .

Система двух коаксиально расположенных цилиндров, между которыми находится многослойный неидеальный диэлектрик, представляет собой электрический конденсатор с  $n$ -слойной изоляцией. В силу того, что напряженность электрического поля не зависит от азимутального угла, потенциал на каждой из окружностей, имеющих радиус  $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$  будет величиной постоянной. Это позволяет представить конденсатор с  $n$ -слойным диэлектриком в виде соединенных последовательно  $n$  конденсаторов, в каждом из которых его диэлектрик является однородным. В свою очередь в каждом элементарном конденсаторе несовершенный диэлектрик можно заменить последовательной или параллельной схемой замещения. Векторные диаграммы токов и напряжений для этих двух случаев приведены на рис. 1 и 2. Они наглядно показывают, что углы диэлектрических потерь  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  слоев диэлектрика отличаются друг от друга и от общего угла потерь  $\delta$  всего диэлектрика. Для того, чтобы в общем случае определить тангенс общего угла  $\delta$  потерь всего диэлектрика необходимо вычислить активную  $I_a$  и реактивную  $I_p$  компоненты полного тока  $\dot{I} = I_a + I_p$ , протекающего через одну из обкладок этого конденсатора [5].

**Тангенс угла потерь в общем случае цилиндрического  $n$ -слойного неидеального диэлектрика.** Выбрав для определенности внешнюю обкладку и учитывая закон Ома в дифференциальной форме для комплексных величин

$$\dot{J}(r) = \dot{Y}(r)\dot{E}(r) \quad (1)$$

имеем

$$\dot{I} = \oint \dot{J}(r_n)dl = \oint \dot{Y}_n \dot{E}_n dl_n = 2\pi r_n \dot{Y}_n \dot{E}(r_n) \quad (2)$$

где,  $\dot{E}(r_n)$ ,  $\dot{J}(r_n)$  – соответственно, нормальная компонента электрической напряженности на внутренней поверхности внешнего электрода, имеющего радиус  $r_n$ ;  $dl$  – элемент длины линии, образующейся при сечении внешнего бесконечно тонкого электрода плоскостью, перпендикулярной оси выбранной цилиндрической системы координат;  $\dot{Y}_n$  – полная проводимость слоя диэлектрика с номером  $n$ .

Тогда, с учетом  $\dot{E}(r)$  выражение для комплексного вектора полного тока  $\dot{I}$ , протекающего через конденсатор, имеет вид

$$\dot{I} = \frac{2\pi \dot{U}}{\frac{1}{\dot{Y}_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\dot{Y}_2} \ln \frac{r_2}{r_1} + \dots + \frac{1}{\dot{Y}_n} \ln \frac{r_n}{r_{n-1}}}. \quad (3)$$

С другой стороны для конденсатора, образованного всем диэлектриком, справедливо соотношение

$$\dot{I} = \dot{Y}\dot{U}, \quad (4)$$

где,  $\dot{Y}$  – общая комплексная проводимость всего диэлектрика.

Сравнивая теперь между (3) и (4) получаем выражение для общей ком-

плексной проводимости  $\dot{Y}$  для всего диэлектрика из  $n$  слоев

$$\dot{Y} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\dot{Y}_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\dot{Y}_2} \ln \frac{r_2}{r_1} + \dots + \frac{1}{\dot{Y}_n} \ln \frac{r_n}{r_{n-1}}} . \quad (5)$$

Активная  $I_a$  и реактивная  $I_p$ , составляющие полного тока  $I$ , будут равны, соответственно, действительной и мнимой частям комплексного выражения для полного тока  $\dot{I}$ .

$$I_a = \operatorname{Re}\{\dot{I}\} ; \quad (6)$$

$$I_p = \operatorname{Im}\{\dot{I}\} , \quad (7)$$

а тангенс общего угла  $\delta$  потерь всего диэлектрика теперь можно найти как обычно

$$\operatorname{tg} \delta = I_a / I_p . \quad (8)$$

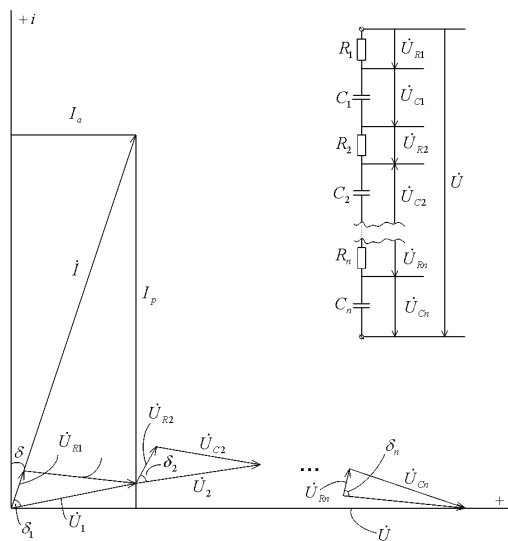


Рисунок 1 – Векторная диаграмма токов и напряжений для последовательной схемы замещения  $n$ -слойного неидеального диэлектрика

Из (5) ... (8) видно, что полученное выражение для тангенса общего угла диэлектрических потерь, с одной стороны, учитывает диэлектрические проницаемости  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$  и активные проводимости  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  в каждом слое, то есть свойства реальных применяемых материалов. С другой стороны, особенности взаимного коаксиального расположения слоев учтены набором коэффициентов  $\ln(r_1/r_0), \ln(r_2/r_1), \dots, \ln(r_n/r_{n-1})$  характерных для цилиндрической геометрии.

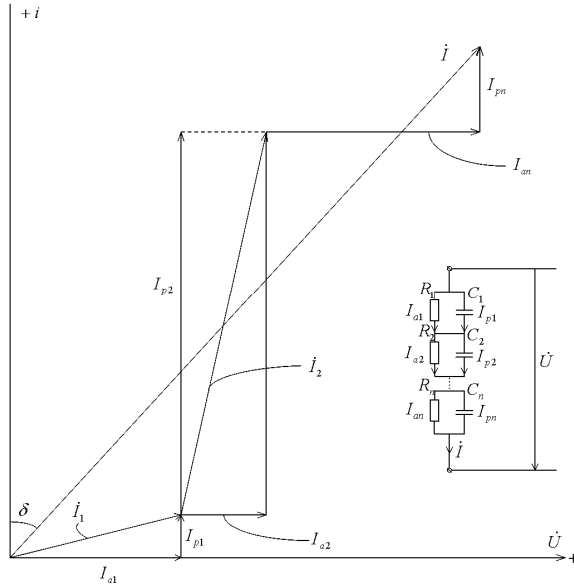


Рисунок 2 – Векторная диаграмма токов и напряжений для параллельной схемы замещения n-слойного неидеального диэлектрика

Далее, как видно из (5), в общем случае проводимость  $\dot{Y}$  диэлектрика с  $n$  слоями между двумя металлическими электродами радиусов  $r_0$  и  $r_1$  может быть представлена в виде

$$\dot{Y} = \frac{\prod_{k=1}^n \dot{Y}_k}{\dot{\beta}}, \quad (9)$$

где

$$\dot{\beta} = \prod_{m=1}^n \dot{Y}_m \sum_{k=1}^n \dot{Y}_k^{-1} \alpha_k; \quad (10)$$

$$\alpha_k = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_k}{r_{k-1}}, \quad (11)$$

$$k = 1, 2, \dots, n; \quad m = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь значком  $\prod$  обозначены произведения проводимостей  $\dot{Y}_k$  или  $\dot{Y}_m$  в слоях, номерам которых соответствуют значения индексов  $k = 1, 2, \dots, n$  и  $m = 1, 2, \dots, n$ .

Чтобы избавиться от комплексного числа в знаменателе выражения для

$\dot{I}$ , представим последнее в виде

$$\dot{I} = \frac{\dot{U} \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^*}{\dot{\beta} \dot{\beta}^*}. \quad (12)$$

Звездочка означает комплексное сопряжение чисел  $\dot{\beta}$  и  $\dot{\beta}^*$ .

Без ограничения общности фазу комплексного вектора  $\dot{U}$  всегда можно положить равной нулю. Тогда, учитывая (6) – (12) и то, что знаменатель (12) как произведение двух комплексно сопряженных чисел всегда будет числом действительным, можно сразу записать общее выражение для тангенса угла потерь  $\delta$  всего  $n$ -слойного диэлектрика.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_a}{I_p} = \frac{R_e \left\{ \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^* \right\}}{I_m \left\{ \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^* \right\}}, \quad (13)$$

поскольку справедливы соотношения

$$I_a = R_e \left\{ \frac{2\pi \dot{U} \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^*}{\dot{\beta} \dot{\beta}^*} \right\} = \frac{U}{\dot{\beta} \dot{\beta}^*} R_e \left\{ \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^* \right\}; \quad (14)$$

$$I_p = \left\{ \frac{2\pi U \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^*}{\dot{\beta} \dot{\beta}^*} \right\} = \frac{U}{\dot{\beta} \dot{\beta}^*} I_m \left\{ \prod_{k=1}^n \dot{Y}_k \dot{\beta}^* \right\}. \quad (15)$$

Для того, чтобы оценить правильность решения поставленной здесь задачи проведем сравнение полученного результата с имеющимся в известной литературе. В [6] приводится решение такой задачи для частного случая определения тангенса угла потерь двух последовательно соединенных конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ , которые имеют утечку, то есть для случая, когда их диэлектрик в слоях является несовершенным. Таким образом, полученное выше общее решение (13) необходимо записать для случая двухслойного диэлектрика.

Следуя этому, с учетом того, что  $\dot{Y} = \gamma + i\omega\epsilon$  и  $n = 2$ , из (9) – (11) имеем с учетом (7)

$$\dot{Y} = \frac{\dot{Y}_1 \dot{Y}_2}{\dot{\beta}} = \frac{2\pi \dot{Y}_1 \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 \dot{Y}_2 \left( \frac{1}{\dot{Y}_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\dot{Y}_2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right)} = \frac{2\pi \dot{Y}_1 \dot{Y}_2}{\dot{Y}_2 \ln \frac{r_1}{r_0} + \dot{Y}_1 \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (16)$$

С учетом конкретных значений  $\dot{Y}_1$  и  $\dot{Y}_2$  имеем

$$\dot{Y} = \frac{(\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1)(\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2)}{\alpha_1(\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2) + \alpha_2(\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1)}, \quad (17)$$

здесь

$$\begin{aligned} \dot{\beta}^* &= \{\alpha_1\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2\alpha_1 + \alpha_2\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1\alpha_2\}^* = \\ &= \{(\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1) + i\omega(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)\}^* = \\ &= (\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1) - i\omega(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\dot{Y}_1\dot{Y}_2 = (\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1)(\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2) = [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) + i\omega(\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1)]; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1\dot{Y}_2\dot{\beta}^* &= [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) + i\omega(\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1)][(\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1) - i\omega(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)] = \\ &= [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) + i\omega(\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1) + \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)] + \\ &+ i\omega[(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)(\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1) - (\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда тангенс угла потерь в двухслойном диэлектрике в соответствии с (13) будет равен

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)(\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1) + \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)}{\omega[(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)(\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1) - (\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)]} = \\ &= \frac{\omega^2(\varepsilon_2^2\gamma_1\alpha_1 + \varepsilon_1^2\gamma_2\alpha_2) + \gamma_1\gamma_2(\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1)}{\omega[\varepsilon_2\gamma_1^2\alpha_2 + \varepsilon_1\gamma_2^2\alpha_1 + \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1)]}. \end{aligned} \quad (21)$$

Выражение (21) для  $\operatorname{tg} \delta$  записано через удельные характеристики  $\varepsilon_1$ ,  $\gamma_1$  и  $\varepsilon_2$ ,  $\gamma_2$  слоев диэлектрика. Для сравнения (21) с имеющимся результатом [6] следует, очевидно, перейти к сосредоточенным параметрам и рассматривать двухслойный диэлектрик как два последовательно соединенные коаксиальные конденсаторы с погонными емкостями [7].

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_1}{\ln r_1/r_0}; \quad (22)$$

$$C_2 = \frac{2\pi\varepsilon_2}{\ln r_2/r_1} \quad (23)$$

и общими проводимостями  $q_1$  и  $q_2$  коаксиальных слоев (на единицу их длины в цилиндрической геометрии)

$$q_1 = \frac{2\pi}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \frac{1}{\rho_1} = \frac{2\pi\gamma_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}}; \quad (24)$$

$$q_2 = \frac{2\pi}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{\rho_2} = \frac{2\pi\gamma_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (25)$$

где  $\rho_1, \rho_2$  – удельные объемные сопротивления первого и второго слоев диэлектрика, соответственно.

Выражения (24), (25) получены из следующих соображений.

Сопротивление  $dR$  элементарного цилиндра толщиной  $dr$  и средним радиусом  $r$  равно

$$dR \approx \rho \frac{dr}{2\pi r}.$$

Тогда интегрируя последнее выражение в пределах от начального значения радиуса слоя диэлектрика  $r_n$  до конечного значения радиуса этого слоя  $r_k$  получаем полное активное сопротивление выбранного слоя цилиндрического диэлектрика на единицу длины цилиндра

$$R = \frac{\rho}{2\pi} \int_{r_n}^{r_k} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{r_k}{r_n}.$$

Поделив окончательно числитель и знаменатель (21) на  $\alpha_1^2 \alpha_2^2$  получаем

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\omega^2 (c_1^2 q_2 + c_2^2 q_1) + q_1 q_2 (q_1 + q_2)}{w [c_1 q_2^2 + c_2 q_1^2 + \omega^2 c_1 c_2 (c_1 + c_2)]}. \quad (26)$$

Выражение (26) совпадает с выражением [6] для частного случая двухслойного несовершенного диэлектрика, что полностью подтверждает правильность полученного здесь теоретического решения поставленной задачи определения тангенса угла потерь для произвольного количества цилиндрических коаксиальных слоев неидеального диэлектрика, находящегося в стационарном электрическом поле.

**Теоретическое значение тангенса угла диэлектрических потерь для трехслойной экструдированной изоляционной конструкции.** Этот практически важный случай имеет место в силовых кабелях на напряжение 6...500 кВ, тогда в изоляционной конструкции есть экран по жиле из проводящего полиэтилена, собственно изоляция из высококачественного изоляционного полиэтилена и наложенный поверх него экран по изоляции также из проводящего полиэтилена.

Приняв здесь  $n = 3$  по формулам (9), (10), (13) последовательно вычисляем

$$\dot{Y} = \frac{\prod_{k=1}^3 \dot{Y}_k}{\dot{\beta}} = \frac{\dot{Y}_1 \dot{Y}_2 \dot{Y}_3}{\dot{\beta}}; \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \prod_{k=1}^3 \dot{Y}_k \sum_{k=1}^3 \dot{Y}_k^{-1} \alpha_k = \dot{Y}_1 \dot{Y}_2 \dot{Y}_3 \left( \frac{1}{\dot{Y}_1} \alpha_1 + \frac{1}{\dot{Y}_2} \alpha_2 + \frac{1}{\dot{Y}_3} \alpha_3 \right) = \\ &= \dot{Y}_2 \dot{Y}_3 \alpha_1 + \dot{Y}_1 \dot{Y}_3 \alpha_2 + \dot{Y}_1 \dot{Y}_2 \alpha_3; \end{aligned} \quad (28)$$



$$\begin{aligned}\dot{Y}_1\dot{Y}_2 &= (\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1)(\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2) = \gamma_1\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2 = \\ &= (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) + i\omega(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2); \end{aligned} \quad (29)$$

$$\dot{Y}_1\dot{Y}_3 = (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3) + i\omega(\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3); \quad (30)$$

$$\dot{Y}_2\dot{Y}_3 = (\gamma_2\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3) + i\omega(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3); \quad (31)$$

$$\begin{aligned}\dot{Y}_1\dot{Y}_2\dot{Y}_3 &= (\gamma_1 + i\omega\varepsilon_1)(\gamma_2 + i\omega\varepsilon_2)(\gamma_3 + i\omega\varepsilon_3) = \\ &= [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) + i\omega(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)](\gamma_3 + i\omega\varepsilon_3) = \\ &= (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\gamma_3 + i\omega\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \\ &+ i\omega\varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) - \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\varepsilon_3 = \\ &= [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\gamma_2 - \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\varepsilon_3] + \\ &+ i\omega[\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)]; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta}^* &= [(\gamma_2\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3)\alpha_1 + (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3)\alpha_2 + (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\alpha_3] - \\ &- i\omega[(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3)\alpha_1 + (\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3)\alpha_2 + (\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\alpha_3]; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}\prod_{k=1}^3 Y_k \dot{\beta}^* &= \dot{Y}_1\dot{Y}_2\dot{Y}_3\dot{\beta}^* = \\ &= \{[(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\gamma_3 - \omega^2(\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1) \cdot \varepsilon_3] + \\ &+ i\omega[\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)]\} \cdot \end{aligned} \quad (34)$$

$$\cdot \{[(\gamma_2\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3)\alpha_1 + (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3)\alpha_2 + (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\alpha_3] - \\ - i\omega[(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3)\alpha_1 + (\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3)\alpha_2 + (\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\alpha_3]\};$$

$$\begin{aligned}R_e\{\dot{Y}_1\dot{Y}_2\dot{Y}_3\dot{\beta}^*\} &= [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) \cdot \gamma_3 - \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\varepsilon_3] \cdot \\ &\cdot [(\gamma_2\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3)\alpha_1 + (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3)\alpha_2 + (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\alpha_3] + \\ &+ \omega^2[\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)] \cdot \\ &\cdot [(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3)\alpha_1 + (\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3)\alpha_2 + (\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\alpha_3]; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned}I_m\{\dot{Y}_1\dot{Y}_2\dot{Y}_3\dot{\beta}^*\} &= [(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) \cdot \gamma_3 - \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\varepsilon_3] \cdot \\ &\cdot (-\omega)[(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3)\alpha_1 + (\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3)\alpha_2 + (\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\alpha_3] + \\ &+ \omega[\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)] \cdot \\ &\cdot [(\gamma_2\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3)\alpha_1 + (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3)\alpha_2 + (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\alpha_3]. \end{aligned} \quad (36)$$

После чего получаем теоретическое значение тангенса угла диэлектрических потерь для трехслойной изоляционной конструкции

$$\begin{aligned}
tg\delta = & \frac{[(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) \cdot \gamma_3 - \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\varepsilon_3] \cdot \times}{[(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2) \cdot \gamma_3 - \omega^2(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\varepsilon_3] \cdot \times} \\
& \times \frac{[(\gamma_2\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3)\alpha_1 + (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3)\alpha_2 + (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\alpha_3] + \times}{\cdot (-\omega)[(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3)\alpha_1 + (\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3)\alpha_2 + (\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\alpha_3] +} \\
& \times \frac{+ \omega^2[\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)] \cdot \times}{+ \omega[\gamma_3(\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2) + \varepsilon_3(\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)] \cdot \times} \\
& \times \frac{\cdot [(\varepsilon_3\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_3)\alpha_1 + (\varepsilon_3\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_3)\alpha_2 + (\varepsilon_2\gamma_1 + \varepsilon_1\gamma_2)\alpha_3]}{\cdot [(\gamma_2\gamma_1 - \omega^2\varepsilon_2\varepsilon_3)\alpha_1 + (\gamma_1\gamma_3 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_3)\alpha_2 + (\gamma_1\gamma_2 - \omega^2\varepsilon_1\varepsilon_2)\alpha_3]}.
\end{aligned} \tag{37}$$

Последнее выражение хотя и является достаточно сложным, но содержит все необходимые параметры, зависящие от материала диэлектрика во всех трех слоях ( $\gamma_k$ ,  $\varepsilon_k$ ) и коэффициенты  $\alpha_k$ , зависящие от цилиндрической геометрии, рассматриваемой изоляционной конструкции.

## Выводы

1. На основе математической модели воздействия стационарного электрического поля на несовершенный многослойный цилиндрический диэлектрик получены общие выражения для тангенса угла диэлектрических потерь при произвольном числе слоев с учетом тока смешения и тока проводимости.
2. Получены выражения для тангенса угла диэлектрических потерь для частных случаев двухслойного и трехслойного диэлектриков, характерных для изоляции силовых кабелей и проводов со шшитой полиэтиленовой изоляцией.

**Список литературы:** 1. Патент на корисну модель № 39644, Україна. Потужний високовольтний кабель. МПК Н01 В 7/02 / Золотарьов В.М., Карпушенко В.П., Антонець Ю.П., Золотарьов В.В., Чопов С.Ю., Обозний А.Л., Науменко О.А., Чайка В.Д. – Заявник і патентовласник ЗАТ завод «Південкабель», заявлено 01.08.08, опубліковано 10.03.09., бюл. № 5. 2. Патент на корисну модель № 39645, Україна. Високовольтний кабель з волоконно-оптичним термодатчиком. МПК Н01 В 7/02 / Золотарьов В.М., Карпушенко В.П., Антонець Ю.П., Золотарьов В.В., Чопов С.Ю., Обозний А.Л., Науменко О.А., Чайка В.Д. – Заявник і патентовласник ЗАТ завод «Південкабель», заявлено 01.08.08, опубліковано 10.03.09., бюл. № 5. 3. Рудаков В.В., Рудаков С.В. Оптимизация конструкции коаксиального кабеля с многослойным диэлектриком // Электротехника и электромеханика. – 2004. - № 4. – С. 70-73. 4. Сканапи Г. И. Физика диэлектриков (область сильных полей). – М.: ГИТТЛ, 1949. – 497 с. 5. Золотарев В.В., Карпушенко В.П., Золотарев В.М., Науменко А.А. Распределение стационарного электрического поля в цилиндрическом неидеальном диэлектрике // Электротехника и электромеханика. – Харків: НТУ «ХПИ», 2008. – С. 65-69. 6. Сиротинский Л.И. и др. Техника высоких напряжений. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1940. – 247 с. 7. Йоссель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струнский М.Г. Расчет электрической емкости. – Л.: Энергия, 1969. – 239 с.

Поступила в редколлегию 07.10.2011